# Lineare Funktion

## Direkte Proportionalität

Eine Funktion, deren Zuordnungsvorschrift durch eine Gleichung der Form $y = mx$ mit $m \neq 0$ beschrieben werden kann, heißt direkte Proportionalität oder lineare Funktion. Die Konstante m heißt Proportionalitätsfaktor oder Steigung der Geraden. Der Graph dieser Funktion f ist eine Ursprungsgerade.

**Unterscheidung der Steigungen:**

- $m < 0$ fallende Gerade
- $m = 0$ x-Achse
- $m > 0$ steigende Gerade
- **Merke: Je größer der Betrag der Steigung m, desto steiler verläuft die Gerade, je kleiner der Betrag von m, desto flacher verläuft sie.**

http://www.rsebe.de/gerade_m.html (Einfluss von m auf g; Simulation; bitte etwas Geduld!)

### Arten der Funktionsgleichung einer Geraden:

- **Normalform** der Geradengleichung: $\mathbf{y = mx + t}$
  Gerade mit Steigung m und **t** als **y-Achsenabschnitt**

http://www.rsebe.de/gerade_t.html (Einfluss von t auf g; Simulation; bitte etwas Geduld!)
http://www.rsebe.de/gerade_m_t.html (Einfluss von t auf g; Simulation; bitte etwas Geduld!)

- **Punktsteigungsform**: $\mathbf{y =} m(x - x_A) + y_B$
  Geraden mit der **Steigung m** durch den Punkt $\mathbf{A(}x_A \mid y_A\mathbf{)}$

- **allgemeine Geradengleichung**: $ax + by + c = 0$ $\qquad y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

Geraden mit der Steigung $m = \frac{a}{b}$ und y-Achsenabschnitt $t = \frac{c}{b}$

## Berechnung der Steigung m

1. Steigungspfeil : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix}$ (Gerade g = AB; Gerade durch zwei Punkte $A(x_A \mid y_A)$ und $B(x_B \mid y_B)$)

2. Steigung: $m = \frac{m_x}{m_y}$

**<u>Beispiel:</u> Berechnung von g = AB mit A(-3/4) und B(1/2)**

1. Steigungspfeil : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1-(-3) \\ 2-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. Steigung: $m = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

3. Punktsteigungsform: **A(-3/4)** g: $y = -\frac{1}{2}(x - (-3)) + 4$ **PSF**

4. Normalform durch Ausmultiplizieren:

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} + 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 5{,}5$$

## Orthogonale Geraden

Stehen zwei Geraden g und $g_S$ senkrecht aufeinander, so gilt für die Steigungen:

$$m_S = -\frac{1}{m} \quad \text{oder} \quad m \times m_S = -1$$

## Parallelenschar

Jede Gleichung der Form y = $m_0$ x + **t** mit festem $m_0$ und **variablem t** legt eine Parallelenschar g(t) fest. Die Formvariable t heißt Scharparameter.

## Geradenbüschel

Die Gleichung der Form y = mx mit variablem m legt ein Geradenbüschel g(m) mit dem Büschelpunkt B(0 | 0) fest.
Geradenbüschel mit dem Büschelpunkt B( $x_B$ | $y_B$ ) hat die Form y = m( $x \quad x_B$ ) $\quad y_B$

# Beispiele

Aufgabe 1: Eine lineare Funktion f hat die Gleichung $y = -\frac{2}{5}x + 0{,}7$ .
Berechne die Nullstelle dieser Funktion.( G = Q )

Aufgabe 2: Gegeben ist die Funktion f : y = -2x + 1.
Gib die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrrelation an. (nur Jgst. 8 I)

Aufgabe 3: Stelle die Gleichung der Ursprungsgeraden g durch den Punkt A(3 | -2) auf.

Aufgabe 4: Der Graph einer linearen Funktion verläuft durch die Punkte A(-1 | -3) und B(2 | 3). Gib die Funktionsgleichung an.

Aufgabe 5: Bestimme die Gleichung der Geraden $g_2$ , die durch P(3 | 5 ) geht und zu $g_1$ mit der Gleichung $y = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}$ orthogonal ist.

Aufgabe 6: Bestimme die Gleichung der Geraden g mit der Steigung m = -3, die durch den Punkt P(0 | 5) verläuft.

(Lösungen auf der nächsten Seite!)

**Interaktive Übungen zu „Lineare Gleichungen (Geraden)“:**
http://www.arndt-bruenner.de/mathe/java/linearefunktionenueben.htm
(Hinweis: „f(x) = ...“ bedeutet „y = ...“)

# Lösungen

Aufgabe 1 $y = -\frac{2}{5}x + 0{,}7$

$0 = -0{,}4x + 0{,}7$

$-0{,}7 = -0{,}4x$

$x = 1{,}75 \qquad L = \{ 1{,}75 \}$

Aufgabe 2 $f\colon y = -2x + 1$

$R^{1}\colon x = -2y + 1$

$R^{1}\colon x - 1 = -2y$

$R^{1}\colon y = -0{,}5x + 0{,}5$

Aufgabe 3 $g\colon y = mx$

$-2 = m \; 3$

$m = -\frac{2}{3}$

$g\colon y = -\frac{2}{3}x$

Aufgabe 4 $m = \frac{-3 - 3}{-1 - 2} = \frac{6}{3} = 2$

$y = 2x + t$

$3 = 2 \; 2 \quad t$

$t = -1; \qquad f\colon y = 2x - 1$

Aufgabe 5: $m_1 = -\frac{2}{5}\,;\; m_2 = \frac{-1}{-\frac{2}{5}} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

$y = 2{,}5x + t$

$P \in g_2\colon 5 = 2{,}5 \quad 3 + t$

$t = -2{,}5$

$g_2\colon y = 2{,}5x - 2{,}5$

Aufgabe 6: $y = m(x - x_P) + y_P$

$g\colon y = -3(x - 0) + 5$

$g\colon y = -3x + 5$