

Quadratische Terme

Terme heißen quadratische Terme, wenn die höchste Potenz der Variablen die Zahl 2 ist.

Beispiele:

$$T_1(x) = x^2$$

$$T_2(x) = x^2 - 6$$

$$T_3(x) = x^2 + 4x + 3$$

$$T_4(x) = (5 + x)^2$$

Extremwerte quadratischer Terme

Terme der Form $T(x) = a(x + b)^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) haben:

- für a größer als null ein Minimum:

$$T_{\min} = c \text{ für } x = -b$$

- für a kleiner als null ein Maximum:

$$T_{\max} = c \text{ für } x = -b$$

Beispiele:

$$T(x) = (x - 3)^2 + 5$$

$$T_{\min} = 5 \text{ für } x = 3$$

$$T(x) = -(x + 6)^2 - 7$$

$$T_{\max} = -7 \text{ für } x = -6$$

$$T(x) = 3(x + 9)^2 - 76$$

$$T_{\min} = -76 \text{ für } x = -9$$

$$T(x) = -4(2 - x)^2 + 98$$

$$T_{\max} = 98 \text{ für } x = 2$$

Quadratische Ergänzung zur Bestimmung von Extremwerten qua. Terme

Extremwerte von quadratischen Termen können meist nicht direkt abgelesen werden. Mithilfe der binomischen Formeln werden quadratische Terme in die bereits bekannte Form umgewandelt. Diese Termumformung nennt man quadratische Ergänzung.

Vorgehen:

1. Ausklammern des Faktors ($\neq 1$) vor dem Teilterm x^2 („Eckige Klammer“)
2. Quadratische Ergänzung (Vorbereitung zur Anwendung der 1. oder 2. Binomischen Formel)
3. Anwendung der 1. oder 2. Binomischen Formel („runde“ Klammer)
4. Ausmultiplizieren der „eckigen“ Klammer
5. Ablesen des Extremwerts (Maximum oder Minimum)

Beispiele:

$$T(x) = x^2 + 6x - 5$$

$$T(x) = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x - 5$$

$$T(x) = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 - 3^2 - 5$$

$$T(x) = (x + 3)^2 - 9 - 5$$

$$T(x) = (x + 3)^2 - 14$$

$$T_{\min} = -14 \text{ für } x = 3$$

1. Binomische Formel

$$T(x) = -x^2 + 8x - 27$$

$$T(x) = -[x^2 - 8x + 27]$$

$$T(x) = -[x^2 - 2 \cdot 4x + 27]$$

$$T(x) = -[x^2 - 2 \cdot 4x + 4^2 - 4^2 + 27]$$

$$T(x) = -[(x - 4)^2 - 16 + 27]$$

$$T(x) = -[(x - 4)^2 + 11]$$

$$T(x) = -(x - 4)^2 - 11$$

$$T_{\max} = -11 \text{ für } x = 4$$

2. Binomische Formel